ÇÖZÜMLER - 1

1. s(A) = n olsun.

A kümesinin alt küme sayısı : 2^n

A kümesinin özalt küme sayısı : $2^n - 1$ dir.

$2^n + 2^n - 1 = 127 \Rightarrow 2.2^n = 128 \Rightarrow 2^n = 64$

n = 6 olur.

Altı elemanlı bir kümenin en çok iki elemanlı alt küme sayısı:

$\binom{6}{2}+\binom{6}{1}+\binom{6}{0}=15+6+1=22$ dir.

YANIT D

2.

YANIT C

3. $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$ olduğundan bu kümenin eleman sayısının en çok olması için A kümesi ile $(B \cap C)$ kümesi ayrık olmalıdır.

$s[A \cup (B \cap C)] = s(A) + s(B \cap C)$ olur.

$s(B \cap C)$ nin en çok olması için biri diğerinin alt kümesi olmalı. s(B) = 7, s(C) = 4 olduğundan $C \subset B$ ise

$s(B \cap C) = 4$ dür.

O halde $s[A \cup (B \cap C)] = 5 + 4 = 9$ bulunur.

YANIT B

4. $s(A \cap B) = n$ ise $2^n = 32$ olduğundan n = 5 yani

$s(A \cap B) = 5$ dir. $s(A \cup B) = m$ ise $\binom{m}{1} = 9 \Rightarrow m = 9$

Yani $s(A \cup B) = 9$ bulunur.

$s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$

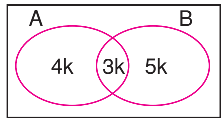
$9 = 8 + s(B) - 5 \Rightarrow s(B) = 6$ dır.

YANIT A

5. $3.s(A - B) = 4.s(A \cap B) = s(A \cup B) = 12k$ olsun.

$s(A - B) = 4k$ ve $s(A \cap B) = 3k$ olur.

Venn şeması



dir. s(B) = 24 ise

$8k = 24 \Rightarrow k = 3$ dür.

O zaman

$s(A \cup B) = 12k = 36$ olur.

Sınıf 38 kişi olduğundan hiç spor yapmayan yani $s(A \cup B)' = 2$ dir.

YANIT E

6. A kümesinin $2^5 = 32$ tane alt kümesi vardır. Bu kümeden 1 ve 4'ü atarsak {2, 3, 5} kümesinin $2^3 = 8$ alt kümede 1 ve 4 yoktur. 32 – 8 = 24 tane alt kümede 1 ve 4'ten e az biri bulunur:

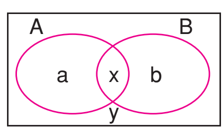
YANIT D

7. $A - B = \{1, 3\}$ $B - A = \{6, 8\}$'dir.

$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 3, 6, 8\}$'dir.

YANIT A

8.



A'yı okumayan: b + y = 8

B'yi okumayan: a + y = 6

denklemlerinden b – a = 2'dir.

Yalnızca bir gazete okuyan a + b = 4 olduğundan iki denklemi ortak çözersek

$b - a = 2$

$a + b = 4 \implies 2b = 6$ ise $b = 3$ olur yerine yazarsak

$y = 5$ bulunur.

YANIT E

KONU TESTİ - 1

1. A = {a, b, {c}, {a,b}} kümesi veriliyor.

Aşağıdakilerden hangisi A nın alt kümesi değildir?

A) {c} B) {a} C) {a,b} D) {a, {c}} E) {b,{a,b}}

2. I. {a}
II. {a, b}
III. ∅
IV. {{a}}
V. {{b}}

Yukarıdakilerden kaç tanesi {∅, {a}, a, b} kümesinin elemanı veya alt kümesidir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. **2 elemanlı alt kümelerinin sayısı, 4 elemanlı alt kümelerinin sayısına eşit olan bir kümenin, en çok iki elemanlı kaç alt kümesi vardır?**

A) 16 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

4. s(A) = 3n + 1 veriliyor.

A kümesinin n + 1 elemanlı alt küme sayısı ile 3n – 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı eşit ise 4 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

A) 35 B) 33 C) 27 D) 25 E) 21

5. A = {a,b,c,d,e}

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a veya b eleman olarak bulunur?

A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

6. {a,b,c,d,e,f}

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunduğu halde b bulunmaz?

A) 8 B) 16 C) 28 D) 32 E) 42

7. A = {a, b} ve B = {a,b,c,d,e} kümeleri veriliyor.

A ≠ D, D ≠ B olmak üzere A ⊂ D ⊂ B koşulunu sağlayan en çok kaç tane D kümesi yazılabilir?

A) 6 B) 8 C) 14 D) 16 E) 30

8. A = {a, b, c, d, e, f}

kümesinin dört elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde e ve f birlikte bulunmaz?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

9. $N = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

kümesinin dört elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 3 bulunur, 6 bulunmaz?

A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 35

10. $A = \{x \mid x \in (2, \infty)\}$ ve

$B = \{x \mid x \in [-3, 4]\}$ ise

B – A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [2, 4] B) [–3, 2] C) (–3, 2) D) [2, 4) E) (2, 4]

11. $[(A' - B) \cup (A \cap B')]'$ ifadesinin eşiti

aşağıdakilerden hangisidir?

A) Ø B) B C) A' D) $A \cap B$ E) A

12. $A = \{x : |x - 2| \geq 3,\ x \in Z\}$ ise

s(A') kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$s(A-B) = 3$, $s(B-A) = 2$, $s(E) = 19$ ve

$s(B') = 12$ olduğuna göre

s(A) kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

14. Evrensel kümesinin iki alt kümesi A ve B dir.

$s(E) = 2 \cdot s(B)$ ve

$s(A) + s(B) = 10$, $s(A') = 2$ ise

B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

15. A ve B iki kümedir.

$s(A) + s(B) = 27$,

$s(A \setminus B) = 2s(B \setminus A)$ ve $s(A \cap B) = 6$ olduğuna göre

$s(A \cup B)$ kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

16. $A \subset E$, $B \subset E$ olmak üzere

$s(A) = 7$, $s(A \cup B) = 13$, $s(A' \cup B') = 12$ ve

$s(E) = 15$ olduğuna göre **s(B) kaçtır?**

A) 5 B) 7 C) 9 D) 10 E) 11

17. $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 5,\ x \in R\}$ ve

$(B \setminus A) \cup (A \cap B) = \{x \mid 1 \leq x \leq 8,\ x \in R\}$ kümeleri verilmiş.

Buna göre, $A \cap B$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) [1,5] B) [5,8] C) [–3,1] D) [–3,8] E) [1,8]

1. A, B, C kümeleri için

$A \cap C = \varnothing$ ve $A \subset B$ dir.

$s(A \setminus C) = 3$, $s(B \setminus C) = 5$, $s(C \setminus B) = 6$ ve

$s(B \setminus A) = 7$ ise

s(B) kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 10 E) 16

2. $A = \{ x \mid -20 \leq x < 100 , x = 4k , k \in Z\}$

$B = \{ y \mid -50 < y \leq 96 , y = 6k , k \in Z\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre $s(A \cup B)$ kaçtır?

A) 45 B) 42 C) 40 D) 38 E) 35

3. $A = \{x \mid \frac{x}{5} = k, x < 100$ ve $x, k \in N\}$

$B = \{x \mid \frac{x}{2} = k, x < 100$ ve $x, k \in N\}$ ise

s(A – B) kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 30

4. $A \not\subset B$, $s(A \cup B) = 9$ ve $s(A \cap B) = 3$ ise

s(B \A) en çok kaç olabilir?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5. Boş olmayan A, B kümeleri veriliyor.

$s(A) = 2.s(B)$ ve $s(B) = 4.s(A \cap B)$ ise

$s(A \cup B)$ en az kaç olabilir?

A) 7 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

6. $A \cap B \neq \varnothing$,

$s[(A \setminus B) \cup (B \setminus A)] = 29$, $s(B) = 19$ ise

A kümesinin eleman sayısı en az kaç olabilir?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 16

7. $3.s(A) = 8s(A \cap B) = 4s(B)$ ve

$s(A \cup B) < 66$ ise

s(A) en çok kaçtır?

A) 44 B) 40 C) 33 D) 30 E) 22

8. A, B, C aynı evrensel kümenin alt kümeleri olmak üzere,

$s(A - (B \cup C)) = 7$, $s(B - (A \cup C)) = 5$,

$s(C - (B \cup A)) = 8$ ve $s(A \cap B \cap C) = 6$ ise

$s(A \cup B \cup C)$ en az kaçtır?

A) 21 B) 23 C) 24 D) 26 E) 28

9. $s(A) = 19$, $s(A \cup A') = 24$ ve

$s(B') = 9$ ise

A \ B nin eleman sayısı en az kaç olabilir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

10. $s(A - B) = 10$, $s(B - A) = s(B')$ ve $s(E) = 61$ ise

$A \cap B$ nin eleman sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 18 B) 20 C) 29 D) 40 E) 43

11. Futbol ve basketbol oynamasını bilen ve bilmeyen öğrencilerden oluşan 50 öğrenciden 28 tanesi futbol, 27 tanesi basketbol oynamasını bilmiyor.

Bu sınıfta hem futbol hem basketbol oynayan 5 kişi olduğuna göre ikisini de oynamayan kaç kişi vardır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

12. İngilizce veya Almanca dillerinden en az birini bilenlerden oluşan 36 kişilik bir grupta her iki dili bilenlerin sayısı İngilizce bilmeyenlerin sayısına eşittir.

Yalnız İngilizce bilenler yalnız Almanca bilenlerin 4 katına eşit ise bu grupta Almanca bilmeyen kaç kişi vardır?

A) 30 B) 24 C) 18 D) 12 E) 6

13. 18 kişilik bir grupta İngilizce ve Almanca bilen 2 kişi, yalnız İngilizce bilen 7 kişidir. Yalnız Almanca bilenlerin sayısı, hiçbirini bilmeyenlerin sayısının iki katıdır.

Buna göre, Almanca bilenlerin sayısı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 8 D) 9 E) 10

14. Bir uçaktaki yolcuların % 40'ı İngilizce, % 20 si Fransızca, % 10'u ise hem İngilizce hem de Fransızca bilmektedir.

Bu uçakta bu dilleri bilmeyen 20 yolcu bulunduğuna göre uçaktaki İngilizce bilenlerin sayısı kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 20

15. 15 kişilik bir grupta, A dilini bilmeyen 8, B dilini bilmeyen 5 kişi vardır.

A veya B dilini bilen 13 kişi olduğuna göre her iki dili de bilen kaç kişidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

16. Bir sınıfın öğrencilerinin % 60 ı matematik, %80 i edebiyat dersinden başarılıdır. Sınıfta bu iki dersin ikisinden de başarısız olan öğrenci yoktur.

Sınıfta matematikten başarılı olup edebiyattan başarısız olan 10 öğrenci bulunduğuna göre sınıf mevcudu kaçtır?

A) 30 B) 36 C) 40 D) 45 E) 50

17. Türkçe, İngilizce veya Almanca dillerinden en az birinin konuşulduğu bir grupta İngilizce bilmeyen 24, Almanca bilip de İngilizce bilmeyen 13 kişi vardır.

Buna göre, yalnız Türkçe bilen kaç kişi vardır?

A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

18. **Bir grupta Almanca ve İngilizce dillerinden en çok birini bilenler 26, en az birini bilenler 25, yalnız birini bilenler 22 kişi ise bu grupta kaç kişi vardır?**

A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

KONU TESTİ - 3 (ÇIKMIŞ SORULAR)

1. A ve B kümelerinin eleman sayılarıyla ilgili

$s(A - B) = s(B - A) = s(A \cap B)$

$s(A \quad B) = 24$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 16 D) 16 E) 18

2017 - YGS

2. $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

kümesinin 2 elemanlı tüm alt kümeleri yazılıyor. Bu alt kümelerin her birinin elemanları toplamı ayrı ayrı hesaplanıyor ve bu sayılarla B kümesi oluşturuluyor.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

2016 - YGS

3. A kümesi, {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} kümesinin bir alt kümesi olmak üzere,

$A \cap \{5, 6, 7\}$

kümesinin elemanları tek sayılardır.

Buna göre, bu koşulu sağlayan üç elemanlı kaç tane A kümesi vardır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

2017 - LYS

4. A, B ve C kümeleri

$A = \{(x, x) : x \in \mathbb{R}\}$

$B = \{(x, 3 - x) : x \in \mathbb{R}\}$

$C = \{(x, x + 4) : x \in \mathbb{R}\}$

şeklinde tanımlanıyor.

$(p, q) \in A \cap B$ ve $(r, s) \in B \cap C$ olduğuna göre,

$$\frac{p - r}{q + s}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

2017 - LYS

5. N doğal sayılar kümesi olmak üzere,

$C = \{2n : n \in N\}$

$K = \{n^2 : n \in N\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi

$(K \setminus C) \times (N \setminus K)$

kartezyen çarpım kümesinin bir elemanıdır?

A) (3, 2) B) (9, 4) C) (15, 1)
D) (16, 12) E) (25, 8)

2016 - LYS

6. Bir kümenin eleman sayısı o kümenin bir elemanı ise bu kümeye "gizemli küme" denir.

Örneğin; K = {3, 4, 5} bir gizemli kümedir.

Buna göre, A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} kümesinin alt kümelerinden kaç tanesi gizemli kümedir?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 40 E) 48

2017 - YGS

7. Bir uçakta seyahat eden yolcular, ikram edilen çay ve kahveden en fazla birini almıştır. Bu yolculardan
   - çay alan yolcu sayısı, kahve alan yolcu sayısının 3 katı,
   - çay ve kahve ikramlarının ikisinden de almayan yolcu sayısı, tüm yolcu sayısının üçte biri kadardır.

   Bu seyahatte çay almayan yolcu sayısı 72 olduğuna göre, kahve almayan yolcu sayısı kaçtır?

   A) 90 B) 96 C) 100 D) 108 E) 120

   2015 - YGS

8. X, Y ve Z birer küme olmak üzere,

   "($X \subseteq Y$ ve $X \subseteq Z$) ise $Y \subseteq Z$'dir."

   önermesi veriliyor.

   Aşağıdakilerden hangisi, bu önermenin yanlış olduğunu gösteren bir örnektir?

	X	Y	Z
A)	∅	{1}	{1}
B)	{1}	{1, 2}	{2}
C)	∅	{1}	{1, 2}
D)	{1}	{2}	{1, 3}
E)	{1}	{1, 2}	{1, 3}

2014 - YGS

9. n pozitif tam sayıları için, R gerçel sayılar kümesinin

$$A_n = \left\{ x \in R : \frac{(-1)^n}{n} < x < \frac{2}{n} \right\}$$

alt kümeleri tanımlanıyor.

Buna göre,

$$A_1 \cap A_2 \cap A_3$$

kesişim kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ B) $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ C) $\left(\frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ D) $\left(\frac{-1}{3}, 1\right)$ E) $\left(-1, \frac{2}{3}\right)$

2014 - LYS

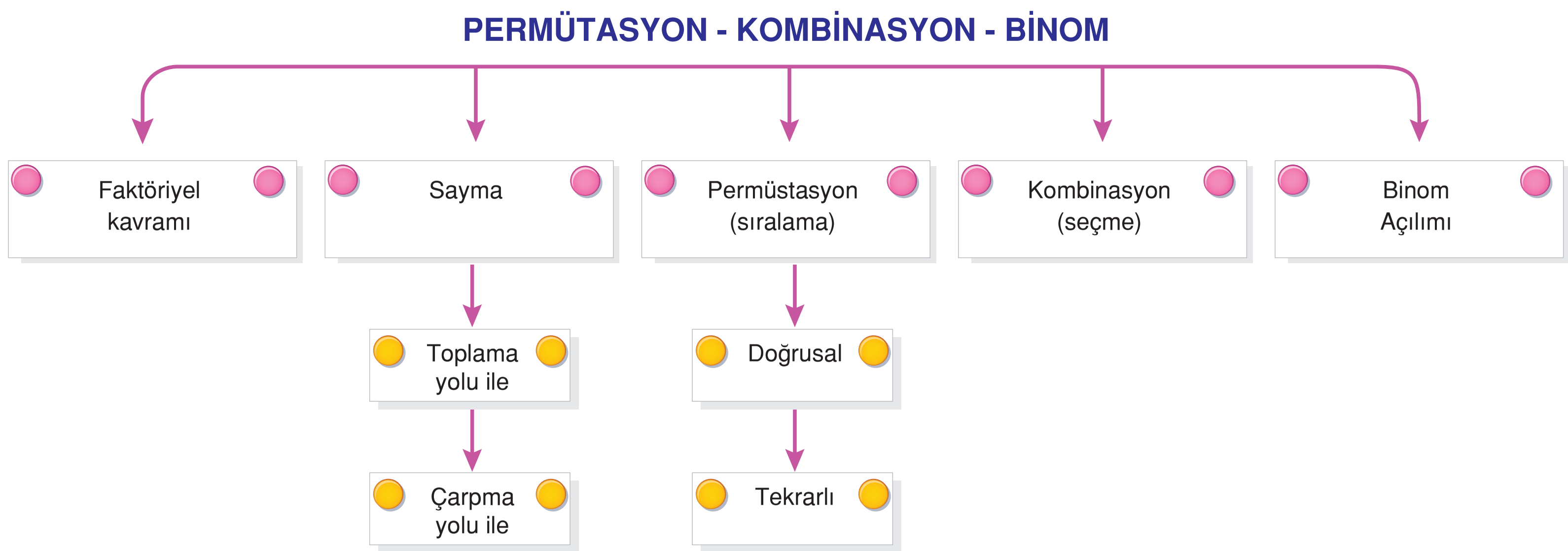
10.
$$A = \left[\frac{-3}{2}, \sqrt{5}\right]$$
$$B = \left[\sqrt{3}, \frac{16}{3}\right]$$

kapalı aralıkları için $(A \cup B) \cap Z$ kümesinin eleman sayısı kaçtır? (Z, tam sayılar kümesidir.)

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2012 - YGS

AKILLI HARİTAM



FAKTÖRİYEL KAVRAMI

$n \in N$ olmak üzere 1 den n e kadar olan sayma sayılarının çarpımı **n!** olarak gösterilir.
$n! = 1.2.3. \ldots (n-1).n$

Dikkat

$0! = 1$, $-2! = -2$, $(-2)! =$ tanımsız
Negatif sayılarda faktöriyel işlemi tanımsızdır.

Örnek

$(n!)^2 = 30.n! - 144$ ise

n doğal sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Çözüm

$(n!)^2 - 30n! + 144 = 0$ denkleminde $n! = x$ diyelim.
$x^2 - 30x + 144 = 0$ denklemi
$(x-24)(x-6) = 0$ ise
$x = 24 \Rightarrow n! = 24 \Rightarrow n = 4$
$x = 6 \Rightarrow n! = 6 \Rightarrow n = 3$ dür. $3 + 4 = 7$ bulunur.

Örnek

$\frac{(2n-1)!.(n+1)!}{n!.(2n)!} = \frac{3}{5}$ ise

n kaçtır?

Çözüm

$$\frac{(2n-1)!.(n+1)!}{n!.(2n)!} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{(2n-1)!n!(n+1)}{n!(2n-1)!2n} = \frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$\frac{n+1}{2n} = \frac{3}{5} \Rightarrow 6n = 5n + 5 \quad n = 5 \text{ bulunur.}$$

PERMÜTASYON (SIRALAMA)

Nesnelerin farklı dizilişlerinin sayısına **permütasyon** denir. Örneğin {a, b, c} kümesinin elemanlarının 6 farklı dizilişi vardır. (abc), (acb), (bac), (bca), (cab), (cba) şeklinde.
Bu dizilişlerin herbirine a, b, c harflerinin permütasyonları (farklı dizilişleri) denir.

Nesnelerin mantıkları farklı üç farklı cins permütasyonu vardır.
1. Doğrusal Permütasyon
2. Dairesel Permütasyon
3. Tekrarlı Permütasyon

Dairesel permütasyon müfredatımızda yoktur.

1. Doğrusal Permütasyon

Nesnelerin bir doğru boyunca yanyana farklı dizilişleridir. İki farklı yolla yapılabilir.

a. Çarpma yolu ile

İki işten birincisi m farklı şekilde, ikincisi n farklı şekilde (yolla) yapılabiliyorsa bu iki iş birlikte m.n farklı şekilde yapılabilir. Örneğin;

1 öğrencinin 5 farklı gömleği ve 2 farklı pantolonu vardır. **Bu öğrenci kaç farklı şekilde giyinebilir?**

diye sorulursa 1. iş gömlek giyme, 2. iş pantolon giyme olup ikisi birlikte 5.2 = 10 farklı şekilde giyinebilir.

k tane farklı nesnenin dizilişinde

1. boşluğa n_1 farklı değer

2. boşluğa n_2 farklı değer

. . . .
. . . .
. . . .

k. boşluğa n_k farklı değer

gelebiliyorsa bu nesnelerin farklı dizilişleri,

$n_{1,} \cdot n_2 \cdot \ldots\ldots. n_k$ tanedir.

Bu işleme çarpma yolu ile sayma denir.

Örnek

A = {1, 2, 3, 4, 5} kümesinin elemanları ile dört basamaklı

a) Hiç koşulsuz

b) Rakamları tekrarsız

c) Rakamları tekrarsız çift

d) Rakamları tekrarsız 3000 den büyük

e) Rakamları tekrarsız 4000 den büyük ve tek

kaç farklı sayı yazılabilir?

Çözüm

a) $\boxed{5}\boxed{5}\boxed{5}\boxed{5} \Rightarrow 5.5.5.5 = 5^4 = 625$ sayı yazılabilir.

(Rakamlar tekrarlanabileceği için her basamağa gelebilecek 5 rakam seçeneği vardır.)

b) $\boxed{5}\boxed{4}\boxed{3}\boxed{2} \Rightarrow 5.4.3.2 = 120$ sayı yazılabilir.

(Bir basamakta kullanılan rakam diğerinde kullanılmayacağı için her basamakta seçenek sayısı birer azalarak gider.)

c) Sayı çift olacağı için birler basamağına 2 ve 4 gelebilir.

$\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}\underset{\substack{\downarrow \\ 2,4}}{\boxed{2}}$ 2.3.4.2 = 48 sayı yazılabilir

(Bir basamakta kullanılan rakam diğerinde kullanılmayacağı için basamaklara gelecek rakam sayısı birer azalır.)

d) Sayı 3000 den büyük olacağı için binler basamağına 3, 4, 5 gelebilir.

$\boxed{3}\boxed{4}\boxed{3}\boxed{2}$ 3.4.3.2 = 72 sayı yazılabilir

$\downarrow$

3,4,5

e) Sayı 4000 den büyük olacağı için binler basamağına 4 ve 5 gelebilir. Sayı tek olacağı için birler basamağına 1, 3, 5 gelebilir. Soruda iki basamağı ilgilendiren koşul olup, iki koşulu sağlayan rakamlarda ortak ve ortak olmayanlar olduğundan iki aşamada çözülür.

$\boxed{1}\boxed{3}\boxed{2}\boxed{2} \Rightarrow$ 1.3.2.2 = 12 tane yazılır. (binler basamağı 4 olan)

$\downarrow$ $\downarrow$

4 3,5

$\boxed{1}\boxed{3}\boxed{2}\boxed{1} \Rightarrow$ 1.3.2.1 = 6 tane yazılır. (binler basamağı 5 olan)

$\downarrow$ $\downarrow$

5 3

12 + 6 = 18 sayı yazılır.

Örnek

1, 2, 3, 4 ve 5 rakamları kullanılarak yazılabilen, **rakamları tekrarlı veya tekrarsız tüm iki basamaklı tek sayıların toplamı kaçtır?**

A) 495 B) 497 C) 503 D) 515 E) 523

2003 - ÖSS

Çözüm

Birler basamağına 1, 3, 5 gelebilir.

$\underline{\ \ }\ \underline{1}$ 5 tane, $\underline{\ \ }\ \underline{3}$ 5 tane,

$\underline{\ \ }\ \underline{5}$ 5 tane, = 15 tane

sayı yazılabilir.

$$\begin{array}{rcc}
 & 1 & 1 \\
 & 2 & 1 \\
 & 3 & 1 \\
 & \vdots & \\
 & 5 & 1 \\
 & 1 & 3 \\
 & 2 & 3 \\
 & \vdots & \\
 & 5 & 3 \\
 & 1 & 5 \\
 & \vdots & \\
+ & 5 & 5 \\
\hline
\end{array}
\begin{array}{l}
\left.\right\} \text{5 tane} \\
\left.\right\} \text{5 tane} \\
\left.\right\} \text{5 tane}
\end{array}$$

(5 x 1) + (5 x 3) + (5 x 5) = 5 + 15 + 25 = 45

Birler basamağı 5, elde var 4

1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

Onlar basamağı 3 tane 15 = 45

4 de elde vardı: 49

O halde sonuç: 495

YANIT A

b. Permütasyon formülü ile:

n farklı nesne bir sıraya yanyana n! farklı şekilde sıralanabilir. n farklı nesnenin k tanesi yanyana (n-nin k-lı permütasyonu)

$P(n, k) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ farklı şekilde sıralanabilir.

Örnek

$P(n, 2) = 2P(n, 1) + 4$

olduğuna göre, n kaçtır?

Çözüm

$P(n, 2) = 2.P(n, 1) + 4$ ise

$\frac{n!}{(n-2)!} = 2.\frac{n!}{(n-1)!} + 4 \Rightarrow (n-1)n = 2n + 4$

$n^2 - n = 2n + 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow$

$(n-4)(n+1) = 0 \Rightarrow n = 4$ ve $n = -1$ dir.

$n = -1$ olamaz.

UYARI

Bir sıralamada bazı nesnelerin yanyana durmaları istenirse bu nesneler bir nesne kabul edilerek sıralama yapılır. Ancak bu nesnelerin kendi aralarındaki dizilişlerinin sayısı ile çarpılır.

Örnek

3 kız, 3 erkek öğrenci bir sıraya yan yana oturacaklardır.

a) Kaç farklı şekilde oturabilirler?

b) 3 kız yanyana olmak koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

c) 3 kız yanyana olmamak koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

d) Herhangi iki kız arasına herhangi bir erkek oturmak koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

Çözüm

a) 6 nesne(öğrenci) 6! = 720 farklı şekilde oturabilir.

b) 3 kız öğrenciyi bir kişi kabul ederek toplam 4 kişi 4!3! = 144 dir. (3! kızların kendi aralarındaki diziliş sayısı

c) Tüm diziliş sayısından 3 kızın yanyana olma sayısı çıkarılır. 720 – 144 = 576 dir.

d) KEKEKE veya EKEKEK şeklindedir. 2.3!3! = 72 dir.

Etkinlik 2

1. Aşağıdaki ifadelerin doğru veya yanlış olduklarını karşılarındaki kutulara işaretleyiniz.

		D	Y
1.	$\frac{6!}{5!+6!}$ işleminin sonucu $\frac{6}{5}$'dir.		
2.	$\frac{n!(2n-1)!}{(2n+1)!(n-1)!}$ işleminin sonucu $\frac{1}{4n+2}$'dir.		
3.	{1, 2, 3, 4} kümesinin elemanları kullanılarak 250'den küçük rakamları farklı üç basamaklı 12 tane doğal sayı yazılabilir.		
4.	{0, 1, 2, 3, 4} kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı rakamları farklı 30 tane doğal sayı yazılabilir.		

MATEMATİK

II. Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

1. 6 öğrenciden 4 tanesi yanyana duran 4 koltuğa .... farklı şekilde oturabilirler.

2. 4 öğrenci yanyana duran 6 koltuğa .... farklı şekilde oturabilirler.

3. 4 öğrenci yanyana duran 6 koltuğa, tüm öğrenciler yanyana oturmak koşulu ile .... farklı şekilde oturabilirler.

4. Aralarında Tuğba, Yasemin ve Feyza'nın bulunduğu 6 kişi bir sıraya oturacaklardır. Tuğba Feyza ile Yasemin'in arasında oturmak koşulu ile 6 kişi .... farklı şekilde oturabilirler.

Tekrarlı Permütasyon

Bir sıralamada nesnelerin bazıları aynı ise, yani yer değiştirildiğinde farklı bir diziliş elde edilmiyorsa bu nesnelere **aynı cins** nesneler denir. Böyle nesnelerle yapılan farklı dizilişlere tekrarlı permütasyon denir. Örneğin 1,2,3 rakamları ile 3! = 6 farklı üç basamaklı sayı yazılabilir. Ancak 1, 1, 2 rakamları ile 112, 121, 211 sayıları yazılabilir.

n tane nesnenin,
n_1 tanesi aynı cins
n_2 tanesi aynı cins
⋮
n_k tanesi aynı cins ise

$n = n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_k$ olmak üzere bu nesnelerle yapılabilecek farklı dizilişlerin sayısı $\dfrac{n!}{n_1!n_2!\ldots.n_k!}$ dir.

Örnek

FELSEFE kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek 7 harfli kaç farklı sözcük yazılabilir?

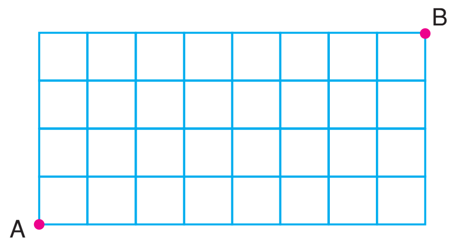
Çözüm

3 tane E
2 tane F
1 tane L
1 tane S olmak üzere

$\dfrac{7!}{3!2!1!1!} = 420$ tane sözcük yazılır.

ÇÖZÜMLÜ TEST – 2

1.



Birim karelerden oluşmuş yukardaki şekilde A noktasında bulunan bir kişi B noktasına en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?

A) 370 B) 385 C) 420 D) 445 E) 495

2.

T
A Ü
T T R
A A Ü K
T T R
A Ü
T

Yukarıdaki şekilde en soldaki A harfinden başlayarak ve komşu harfleri kullanarak ATATÜRK kelimesi kaç farklı şekilde okunabilir?

A) 20 B) 16 C) 9 D) 8 E) 4

3. A takımı ile B takımı futbol maçı yapmış ve A takımı maçı 5-1 kazanmıştır.

Buna göre, goller kaç farklı şekilde sıralanabilir?

A) 5 B) 6 C) 24 D) 5! E) 6!

4. **Özdeş 4 kırmızı, 3 sarı boncuk düz tele kaç farklı şekilde dizilebilir?**

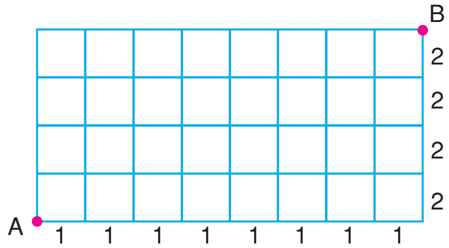
A) 4!3! B) 35 C) 4! D) 3! E) 7

5. **28082 sayısının rakamları yer değiştirilerek beş basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?**

A) 36 B) 32 C) 24 D) 20 E) 16

ÇÖZÜMLER – 2

1.

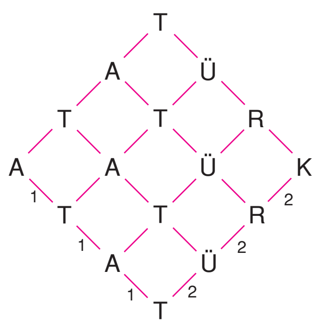


Yukardaki gibi sağa bir birim gitmeyi 1 sayısıyla, yukarı bir birim gitmeyi 2 sayısı ile gösterirsek 111111112222 sayısı A dan B ye gitmenin bir dizilişi olur. Bu rakamlarla kaç farklı sayı yazılabilirse o kadar farklı yoldan gidilebilir.

$\frac{12!}{8!4!} = 495$ bulunur.

YANIT E

2.



Şekildeki gibi harfler arasındaki yolları A harfinden K harfine en kısa yoldan modellersek 111222 sayısındaki rakamların farklı diziliş sayısı kadar ATATÜRK kelimesi okunur.

$\frac{6!}{3!3!} = 20$ bulunur.

YANIT A

3. Goller AAAAAB harflerinin farklı diziliş sayısı kadar sıralanibilir.

$\frac{6!}{5!1!} = 6$ bulunur.

YANIT B

4. 7 nesne var. 4 tanesi aynı cins ve 3 tanesi aynı cins olduğundan $\frac{7!}{4!3!} = 35$ bulunur.

YANIT B

5. Tüm dizilişlerin sayısı $= \frac{5!}{2!2!} = 30$

Sıfırın başta olduğu dizilişlerin sayısı $= \frac{4!}{2!2!} = 6$

Sonuç $= 30 - 6 = 24$ bulunur.

YANIT C

KOMBİNASYON (GRUPLAMA)

n tane farklı nesnenin herhangi k tanesi seçilerek oluşturulan k elemanlı grupların sayısına (n elemanlı bir kümenin k elemanlı alt küme sayısına) n-nin k-lı kombinasyonu denir.

C(n, k) ve $\binom{n}{k}$ sembollerinden biri ile gösterilir.

$C(n, k) = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ şeklinde hesaplanır.

Özellikleri

1. $\binom{n}{0}=1,\ \binom{n}{1}=n,\ \binom{n}{n-1}=n,\ \binom{n}{n}=1$

2. $\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\ldots+\binom{n}{n}=2^n$

* 3. $\binom{n}{a}=\binom{n}{b}$ ise $a = b$ veya $a + b = n$ dir.

* 4. $\binom{n}{r}+\binom{n}{r+1}=\binom{n+1}{r+1}$

Örnek

P(n, 1) + C(n, 2) = 15

ise n kaçtır?

Çözüm

$$\frac{n!}{(n-1)!}+\frac{n!}{2!(n-2)!}=15$$

$$n+\frac{(n-1)n}{2}=15 \Rightarrow 2n+n^2-n=30$$

$n^2 + n - 30 = 0 \Rightarrow n = -6$ olamaz. $n = 5$ bulunur.

Örnek

Bir kutuda bulunan birbirinden farklı 3 beyaz, 6 kırmızı, 5 sarı bilye arasından en az ikisi sarı olan 3 bilye kaç farklı şekilde seçilebilir?

Çözüm

2 sarı veya 3 ü de sarı olabilir.

2 si sarı olursa : $\binom{5}{2}\cdot\binom{9}{1}=90$

3 ü sarı olursa : $\binom{5}{3}=10$ olur.

Sonuç 90 + 10 = 100 bulunur.

UYARI

Bir kombinasyon probleminde problemin istediği grubu oluşturmak için birden fazla seçim yapmak gerekiyorsa bu seçimlerin sonuçları birbirleri ile çarpılır. (ve problemi) Problemin istediği grup farklı seçimlerle (yollarla) oluşturulabiliyorsa bu seçimlerin sonuçları birbirleri ile toplanır. (veya problemi)

Örnek

Bir fakültede 7 farklı dersten 3 tanesi aynı saatte başlamaktadır.

3 ders seçmek isteyen bir öğrenci kaç farklı seçim yapabilir?

Çözüm

Ya aynı saatte başlayan 3 dersten birini seçer veya onlardan hiçbirini seçmez.

$\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}+\binom{4}{3}=18+4=22$ farklı seçim yapabilir.

Örnek

Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan 6 nokta veriliyor.

a. Bu noktalardan en çok kaç doğru geçer?

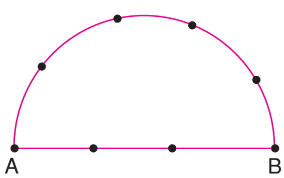
b. Bu noktalar en çok kaç üçgen belirtir?

Çözüm

a. İki nokta bir doğru belirttiğinden, 6 nokta $\binom{6}{2}=15$ doğru geçer

b. Üç nokta bir üçgen belirttiğinden, 6 nokta $\binom{6}{3}=20$ üçgen belirtir.

Örnek



Şekilde [AB] çaplı yarım çember üzerinde 8 nokta verilmiştir.

Bu sekiz noktayı köşe kabul eden kaç farklı dörtgen çizilir?

Çözüm

3 ü doğrusal olan noktalarla dörtgen çizilemez. Herhangi 3 ü doğrusal olmayan 4 nokta seçmek gerekir. Yay üzerindeki 4 nokta $\binom{4}{4}=1$ dörtgen belirtir veya yay üzerinden 3, çap üzerinden 1, yay üzerinden 2 çap üzerinden 2 nokta seçmek gerekir.

$\binom{4}{3}\binom{4}{1}+\binom{4}{2}\binom{4}{2}=16+36=52$ bulunur.

$52+1=53$ dörtgen çizilebilir.

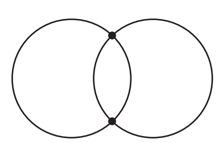
Örnek

Aynı düzlemde bulunan 4 farklı çember <u>en fazla</u> kaç noktada kesişir?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

2009 - ÖSS

Çözüm



İki çember <u>en fazla</u> 2 noktada kesişir. 4 çember arasından 2 çember $\binom{4}{2}=6$ farklı şekilde seçilir.

6.2 = 12 bulunur.

YANIT A

ÖZEL DURUMLAR

I. n farklı nesnenin, r farklı kutuya dağılımı

a. Hiçbir koşul olmadan:

($n \geq r$ veya $n \leq r$)

r^n farklı şekilde dağıtılabilir. (n elemanlı kümeden, r elemanlı kümeye fonksiyon sayısı)

Örnek

Bir postacı 3 mektubu 4 eve ait posta kutularına kaç farklı şekilde atabilir?

Çözüm

Hiçbir koşul olmadığından $4^3 = 64$ farklı şekilde atabilir.

Örnek

4 kişiden herhangi 3'ü yanyana duran 3 koltuğa oturarak fotoğraf çektireceklerdir.

Kaç farklı fotoğraf çekilebilir?

Çözüm

4 kişiden 1 tanesi fotoğrafa giremez. Bu da

$P(4,3) = \dfrac{4!}{(4-3)!} = 24$ bulunur.

b. n < r ve her kutuya en çok bir tane koyarak:

$P(r, n) = \dfrac{r!}{(r-n)!}$ farklı şekilde dağıtılabilir.

(1 – 1) fonksiyon sayısı

Örnek

4 öğrenci 5 farklı sınıfa dağıtılacaktır.

Her sınıfa en çok bir öğrenci koymak koşulu ile kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

Çözüm

$P(5,4) = \dfrac{5!}{1!} = 2.3.4.5. = 120$ farklı şekilde dağıtılabilir.

c. n > r ve her kutuya en az bir tane koyarak:

Önce her kutuya birer nesne konularak boş kutu bırakılmaz. Sonra elde kalan nesnelerin kutulara kaç farklı şekilde dağıtılabileceği durum sayısı bulunur. Her durum kombinasyonlarla dağıtılarak durum sayısı ile çarpılır.

Örnek

4 mektup 3 eve ait posta kutularına her kutuya en az bir tane atmak koşulu ile kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

Çözüm

$\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}$

Önce her kutuya birer mektup attık. Sonra elde kalan bir mektubu kutulara kaç farklı şekilde atabileceğimizi saptadık. Bu mektubu 3 kutuya da atabiliriz. O halde;

$\boxed{2}\ \boxed{1}\ \boxed{1} \rightarrow$ durum sayısı $= \dfrac{3!}{2!} = 3$

$\binom{4}{2}.\binom{2}{1}.3$ durum sayısı = 36 farklı şekilde dağıtılabilir.

BİNOM AÇILIMI

$x, y \in R$ ve $n \in N^+$ olmak üzere $(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \cdots + \binom{n}{n}y^n$ toplamına binom açılımı denir.

Özellikleri

1. $(x + y)^n$ açılımında $(n + 1)$ tane terim vardır.

2. $(x + y)^n$ açılımında her terimdeki çarpanların üsleri toplamı n dir.

3. $(x + y)^n$ açılımında genel terim

$\binom{n}{k}x^{n-k}.y^k$ dir. BİNOM FORMÜLÜ

4. $(x + y)^n$ açılımında baştan k. terim

$\binom{n}{k-1}x^{n-k+1}.y^{k-1}$ olur.

5. $(x + y)^n$ açılımında katsayılar toplamını bulmak için değişkenlerin yerine $x = y = 1$ yazılır.

$x = y = 1 \Rightarrow (x + y)^n = (1 + 1)^n = 2^n$ bulunur.

Örnek

$$\left(\sqrt{x}+\frac{2}{x}\right)^7$$

açılımında baştan 4. terim nedir?

Çözüm

$n=7,\ a=\sqrt{x},\ b=\frac{2}{x}$ dir.

$\binom{7}{3}(\sqrt{x})^4.\left(\frac{2}{x}\right)^3 = 35.x^2.\frac{8}{x^3} = 280.\frac{1}{x}$ dir.

Örnek

$$\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x}\right)^9$$

açılımında sabit terim varsa kaçtır?

Çözüm

$n = 9,\ a = \sqrt{x},\ b = -\frac{1}{x}$

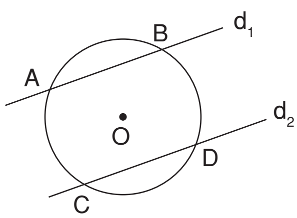
$\binom{9}{k}(\sqrt{x})^{9-k}.(-x^{-1})^k = x^0$ (Sabit terim cx^0 şeklindedir.)

$\underbrace{(-1)^k.\binom{9}{k}}_{\text{katsayı}}\ \underbrace{x^{\frac{9-k}{2}}.x^{-k}}_{x^{\frac{9-3k}{2}}} = x^0 \Rightarrow 9-3k = 0 \Rightarrow k = 3$ olur.

Sabit terim: $(-1)^3.\binom{9}{3} = -84$ bulunur.

Etkinlik 3

I. Aşağıdaki ifadelerin doğru veya yanlış olduklarını karşılarındaki kutulara işaretleyiniz.

		D	Y
1.	8 öğrenci arasından 6 kişilik bir voleybol takımı 28 farklı şekilde kurulabilir.		
2.	5 kız, 3 erkek arasından 2 kız, 1 erkekten oluşan 3 kişilik 15 grup oluşturulabilir.		
3.	Farklı sınıflara ait 3 matematik, 3 fizik kitabından, her dersten en az bir kitap olan 3 kitap 18 farklı şekilde seçilebilir.		
4.	Üç tanesi doğrusal olan 7 noktadan en çok 18 doğru geçer.		
5.	Üç tanesi aynı noktadan geçen 7 doğrunun 18 kesim noktası vardır.		
6.	 Şekildeki O merkezli çemberi kesen ve birbirine paralel olan d_1 ve d_2 doğruları verilmiştir. Buna göre şekildeki 5 nokta ile 10 farklı üçgen çizilebilir.		
7.	Herhangi üç tanesi doğrusal olmayan 6 nokta ile 20 tane dörtgen çizilebilir.		

II. Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

1. 3 tanesi paralel olan 6 doğru .... nokta kesişir.

2. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^7$ açılımında baştan 4. terim .... dir.

3. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ açılımında sabit terim .... dir.

ÇÖZÜMLÜ TEST – 3

1. $n(n + 1)! = 2(n + 1)! + 18n!$

eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. **Rakamları birbirinden farklı çift rakamlar olan üç basamaklı 620'den büyük kaç tane sayı vardır?**

A) 30 B) 28 C) 25 D) 24 E) 20

3. A = {1, 2, 3, 4}

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 64 B) 63 C) 36 D) 48 E) 24

4. {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları kullanılarak dört basamaklı ve en az iki basamağındaki rakamı aynı olan kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 490 B) 496 C) 505 D) 515 E) 520

5. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

kümesinin elemanları kullanılarak yazılabilen rakamları farklı altı basamaklı sayıların kaç tanesinde herhangi iki tek rakam yanyana gelmez?

A) 130 B) 136 C) 140 D) 144 E) 145

6. {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

kümesinin 5 li permütasyonlarının kaç tanesinde 2 bulunur 4 bulunmaz?

A) 620 B) 600 C) 590 D) 585 E) 580

7. Farklı sınıflara ait 3 matematik, 3 fizik, 2 kimya kitabı bir kitaplığın rafına yanyana dizilecektir.

Kimya kitapları rafın iki başında ve matematik kitapları yanyana durmak koşulu ile kaç farklı şekilde dizilebilirler?

A) 280 B) 288 C) 292 D) 295 E) 296

8. **5 kız, 4 erkek öğrenci arasından bir kız öğrencinin başkanlığında 2 kız, 2 erkek öğrenciden oluşan 4 kişilik bir grup kaç farklı şekilde seçilir?**

A) 64 B) 96 C) 120 D) 126 E) 141

ÇÖZÜMLÜ TEST – 3

9. **6 kişi arasından 3 er kişilik iki grup ve bu grupların birinden bir başkan diğerinden sekreter kaç farklı şekilde seçilebilir?**

A) 360 B) 240 C) 180 D) 160 E) 90

10. $$\binom{14}{2n+1}=\binom{14}{3n+3}$$

olduğuna göre n nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

11. **Herhangi üçü doğrusal olmayan A, B, C, D, E, F, G, H, I noktalarını köşe kabul eden beşgenlerin kaç tanesinde A, B, C aynı anda köşe noktası <u>olmaz</u>?**

A) 90 B) 96 C) 98 D) 104 E) 111

12. Bir alışveriş merkezindeki 5 sinema salonundan iki tanesinde aynı film oynamaktadır.
İki film seyretmek isteyen Esra kaç farklı seçim yapabilir?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) 12

13. **Yarıçapları farklı 3 çember en çok kaç noktada kesişir?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

14. **4 kişi 3 farklı ülkeye kaç farklı şekilde tatile gidebilir?**

A) 84 B) 81 C) 64 D) 12 E) 7

15. $$\left(x^3-\frac{1}{x^2}\right)^9$$

açılımında x^2 li terimin katsayısı kaçtır?

A) – 126 B) – 63 C) 2 D) 24 E) 64

ÇÖZÜMLER – 3

1. $n(n+1)! = 2(n+1)! + 18n!$

$n(n+1).n! = 2n!(n+1+9)$

$n! = 0$ olamayacağından $n!$ ile sadeleştirelim.

$n(n+1) = 2(n+10) \Rightarrow n^2 + n = 2n + 20$

$n^2 - n - 20 = 0 \Rightarrow (n-5)(n+4) = 0$

$n - 5 = 0 \Rightarrow n = 5$ ve $n + 4 = 0 \Rightarrow$

$n = -4$ bulunur. Ancak $n = -4$ olamaz. $n = 5$ dir.

YANIT D

2. 0, 2, 4, 6, 8 rakamları kullanılacak. Yüzler basamağına 6 veya 8 gelebilir.

$\boxed{1}\boxed{1}\boxed{2} \Rightarrow 1.1.2 = 2$ tane

6 2 4,8

$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3} \Rightarrow 1.2.3 = 6$ tane

6 4,8

0,2,4 veya 8 den biri

$\boxed{1}\boxed{4}\boxed{3} \Rightarrow 1.4.3 = 12$ tane

8

$2 + 6 + 12 = 20$ tane yazılır.

YANIT E

3.

4 basamaklı: $\underline{4}\,.\,\underline{3}\,.\,\underline{2}\,.\,\underline{1} =$	24 tane
3 basamaklı: $\underline{4}\,.\,\underline{3}\,.\,\underline{2} =$	24 tane
2 basamaklı: $\underline{4}\,.\,\underline{3} =$	12 tane
1 basamaklı: $\underline{4}$	4 tane
	64 tane

YANIT A

4. Kümenin elemanları kullanılarak yazılabilen tüm dört basamaklı sayılardan rakamları farklı dört basamaklı sayıları çıkarmak gerekir.

$\underline{5}\,.\,\underline{5}\,.\,\underline{5}\,.\,\underline{5} = 625$ tane dört basamaklı sayı yazılır.

$\underline{5}\,.\,\underline{4}\,.\,\underline{3}\,.\,\underline{2} = 120$ tanesinin rakamları farklıdır.

$625 - 120 = 505$ tanesinin en az iki basamağındaki rakam aynıdır.

YANIT C

5. $\underline{\ 1\ }$ Ç $\underline{\ 3\ }$ Ç $\underline{\ 5\ }$ Ç Önce tek rakamları aralarında boşluk bırakarak yazalım. Aralarınada birer çift rakam koyalım. Üçüncü çift rakamı nereye koyarsak koyalım problemin istediği şartı sağlamış oluruz. Üçüncü çift rakamı koyabileceğimiz 4 yer vardır. Örneğin en başa koyalım.

2 1 6 3 4 5 Yandaki durumda,
tekler kendi aralarında 3!, çiftler kendi aralarında 3! farklı dizildiklerinden $3!.3! = 36$ farklı sayı yazılabilir.
4 durum için $4.36 = 144$ farklı sayı vardır.

YANIT D

6. 5 basamaklı sayılar yazılacak. 4 ü attık. 2'yi de aldık. {1, 3, 5, 6, 7} kümesinden 4 eleman seçerek 2 ile birlikte $\binom{5}{4} . 5! = 600$ tanedir.

YANIT B

7. Önce kimya kitaplarını rafın iki başına koyduk. Sonra 3 matematik kitabını 1 nesne kabul ettik ve 3 fizikle birlikte 4 nesne oldu.

$4!3!2! = 288$ farklı şekilde dizilir.

YANIT B

8. $\underset{\text{kızlar}}{\binom{5}{2}} \cdot \underset{\text{erkekler}}{\binom{4}{2}} \cdot \underset{\text{başkan}}{\binom{2}{1}} = 10.6.2 = 120$

farklı şekilde seçilir.

YANIT C

ÇÖZÜMLER – 3

9. $\underset{\text{grup}}{\binom{6}{3}} \cdot \underset{\text{başkan}}{\binom{3}{1}} \cdot \underset{\text{sekreter}}{\binom{3}{1}} \cdot 2 = 360$ farklı şekilde seçilebilir.

2 başkanla sekreterin yer değişimini gösteriyor.

YANIT A

10. $3n + 3 = 2n + 1$ veya $2n + 1 + 3n + 3 = 14$ olmalıdır.

$3n + 3 = 2n + 1 \Rightarrow n = -2$ olamaz.

$2n + 1 + 3n + 3 = 14 \Rightarrow 5n + 4 = 14$

$n = 2$ bulunur.

YANIT B

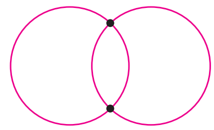
11. 9 noktadan $\binom{9}{5} = \frac{9!}{5!4!} = 126$ tane farklı beşgen çizilir. A, B, C noktalarının aynı anda köşe olduğu (İki nokta daha seçmek gerekir) $\binom{6}{2} = 15$ tane beşgen vardır. O halde $126 - 15 = 111$ bulunur.

YANIT E

12. Burda filmler aynı (salonlar farklı) olduğundan sadece bir türlü seçim yapabiliriz. $\binom{2}{1}$ yapmak önemli bir HATA dır. O zaman salon seçmiş oluruz. Ya da Esra bu filmi seçmez.

$\binom{3}{1} + \binom{3}{2} = 6$ farklı seçim yapabilir.

YANIT C

13. 

İki çember en çok iki noktada kesişir. Herhangi iki çember seçmek iki nokta seçmek demektir. O halde;

$\binom{3}{2} . 2 = 6$ noktada kesişir.

YANIT D

14. Hiç koşul olmadığından $3^4 = 81$ farklı şekilde gidebilir.

YANIT B

15. $n = 9$, $a = x^3$, $b = -x^{-2}$ dir.

$$\binom{9}{k} . (x^3)^{9-k} . (-x^{-2})^k = x^2$$

$$\underbrace{(-1)^k \cdot \binom{9}{k}}_{\text{katsayı}} \underbrace{x^{27-3k} . x^{-2k}}_{x^{27-5k}} = x^2 \Rightarrow 27 - 5k = 2 \Rightarrow$$

$5k = 25 \Rightarrow k = 5$ dir.

Katsayı $= (-1)^5 . \binom{9}{5} = -126$ bulunur.

YANIT A

MATEMATİK

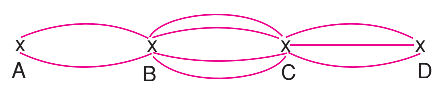
1. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

A) $n\,(n-1)(n-2)\,! = n!$
B) $1! + 0! = 2$
C) $5! - 4! = 4\,.\,4!$
D) $(n-r)!\,P(n, r) = P(n, n)$
E) $P(7, 3) = 35$

2. $P(n, 3) + P(n, 1) + 3.P(n, 2) = 64$ ise
n kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3.



Yukarıdaki şekilde A, B, C, D kentleri verilmiştir. A dan B ye 2, B den C ye 4, C den D ye 3 farklı yol vardır. A dan D ye, B ve C ye uğramak koşulu ile giden bir araç D den tekrar C ye uğrayarak B ye dönüyor. **Bu araç en çok kaç farklı yol kullanabilir?**

A) 48 B) 96 C) 212 D) 288 E) 324

4. 1, 2, 3, 5, 6
rakamları ile rakamları farklı, en çok üç basamaklı kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 25 B) 60 C) 85 D) 88 E) 90

5. **Farklı sınıflara ait 2 fizik, 3 kimya ve 3 matematik kitabı, aynı derse ait kitaplar yan yana durmak koşulu ile bir kitaplığın rafına kaç farklı şekilde dizilebilir?**

A) 3! B) 3.3! C) 6.3! D) 8.3! E) $6^3.2$

6. 3 kız, 3 erkek bir sıraya yan yana oturacaktır.
Bir erkek, bir kız olmak üzere kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 144 B) 126 C) 96 D) 72 E) 36

7. **5 kız, 7 erkek öğrenci yan yana oturacaklardır. Kızlar yan yana olmak koşuluyla en çok kaç değişik biçimde oturabilirler?**

A) 7! . 5! B) 12! C) 6! . 8! D) 8! . 5! E) 7! . 6!

8. **Ali, Ahmet ve dört arkadaşı bir sıraya Ali ile Ahmet yan yana olmamak koşulu ile en çok kaç değişik biçimde oturabilir?**

A) 300 B) 320 C) 420 D) 480 E) 720

9. s (A) = 4, s (B) = 4 kümeleri veriliyor.
f : A → B'ye kaç tane (1 – 1) örten fonksiyon yazılabilir?

A) 36 B) 24 C) 16 D) 8 E) 4

10. A = {0, 3, 4, 5, 6}
kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı ve rakamları tekrarsız, 5 ile tam bölünebilen en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 12 B) 18 C) 21 D) 28 E) 30

KONU TESTİ - 4

11. s(A) = 4 ve s(B) = 3 şeklinde A ve B kümeleri veriliyor.

f: A → B'ye kaç tane örten fonksiyon yazılabilir?

A) 24 B) 30 C) 35 D) 36 E) 44

12. **Bir hipodrumda 3 jokey ve 5 at vardır. Bu hipodrumda kaç farklı yarış düzenlenebilir?** (Her farklı ata binen farklı jokeyler farklı bir yarıştır)

A) 60 B) 56 C) 55 D) 48 E) 44

13. A = {0, 1, 2, 3, 4}

kümesinin elemanları kullanılarak 320 den küçük en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 90 B) 85 C) 70 D) 60 E) 55

14. Bir okulda 1 müdür, 1 müdür yardımcısı, 4 öğretmen ve 5 öğrenci yan yana resim çektireceklerdir.

Müdür, müdür yardımcısı ve öğretmenlerin arasına birer öğrenci gelmek koşulu ile bu grup en çok kaç türlü resim çektirebilir?

A) 6!.5! B) 2.5!.5! C) 3.4!.6! D) 7!.4! E) 4.3.5!

15. 3 kız, 4 erkek öğrenci bir sıraya yan yana oturacaktır. **Herhangi iki kız öğrenci yan yana gelmemek koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?**

A) 2880 B) 1440 C) 7! D) 720 E) 144

16. **Dört basamaklı rakamları farklı doğal sayıların kaç tanesinde 0 rakamı bulunur?**

A) 648 B) 729 C) 1008 D) 1512 E) 3024

17. **Rakamları farklı üç basamaklı doğal sayıların kaç tanesi 25 ile tam bölünebilir?**

A) 28 B) 25 C) 22 D) 15 E) 9

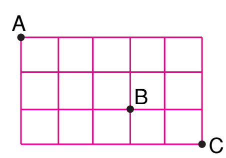
18. **126122 sayılarındaki rakamların yerleri değiştirilerek 6 basamaklı ve 6 ile başlayan kaç farklı sayı yazılabilir?**

A) 6 B) 9 C) 10 D) 12 E) 13

19. **2000344 sayısının rakamlarını yer değiştirerek yedi basamaklı kaç tane farklı sayı yazılabilir?**

A) 420 B) 240 C) 120 D) 90 E) 60

20.



Yukarıdaki şekil kenarları eşit karelerden meydana gelmiştir.

A noktasında bulunan bir kişi B den geçerek C noktasına en kısa yoldan kaç farklı şekilde gidebilir?

A) 20 B) 24 C) 25 D) 26 E) 30

KONU TESTİ - 5

1. $C(n, 4) = 3.C(n\ ,\ n-3)$

eşitliğini gerçekleyen n değeri kaçtır?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

2. $\binom{12}{3x-4} = \binom{12}{2x+1}$

eşitliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 16

3. $\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{9}{6} + \binom{10}{7} + \binom{11}{8}$

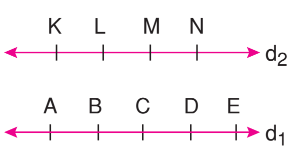
işleminin sonucu kaçtır?

A) 980 B) 495 C) 330 D) 186 E) 165

4. 3 doktor, 5 hemşire, 3 eczacının bulunduğu bir sağlık kurumunda 2 hemşire, 1 doktor ve 1 eczacıdan oluşan nöbet ekibi en çok kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

A) 60 B) 90 C) 100 D) 120 E) 150

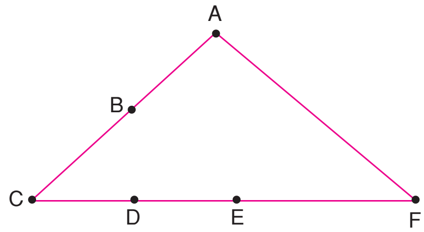
5.



$d_1 \parallel d_2$ olmak üzere **köşeleri şekildeki 9 nokta olan en çok kaç farklı üçgen çizilebilir?**

A) 45 B) 50 C) 55 D) 67 E) 70

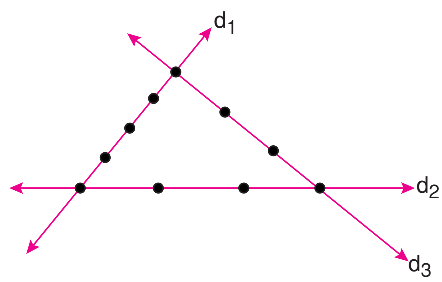
6.



Şekildeki üçgenin kenarları üzerinde verilen farklı 6 noktanın en az ikisi kullanılarak en çok kaç farklı doğru çizilebilir?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

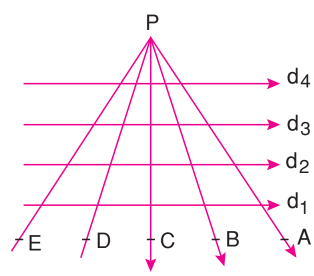
7.



Şekilde belirtilen 10 noktayı köşe kabul eden en fazla kaç üçgen çizilebilir?

A) 112 B) 102 C) 96 D) 94 E) 92

8.



Şekilde birbirine paralel 4 doğru ve bunları kesen ve bir noktadan geçen 5 doğru veriliyor.

Bu şekilde kaç tane yamuk vardır?

A) 120 B) 100 C) 80 D) 60 E) 40

9. Bir kişinin birbirinden farklı 8 çift eldiveni vardır.

Bu kişi birbirinin eşi olmayan bir sağ ve bir sol tek eldiveni en çok kaç değişik şekilde seçebilir?

A) 28 B) 32 C) 49 D) 56 E) 64

10. 13 profesörün bulunduğu bir fakülte kurulundan 5 kişilik yönetim kurulu oluşturulacaktır. Bu yönetim kurulundan bir dekan ve bir dekan yardımcısı seçilecektir.

Yönetim kuruluna seçilecek iki kişi belli olduğuna göre **bir dekan, bir dekan yardımcısı ve üç üyeden oluşan bu yönetim kurulu en çok kaç farklı şekilde seçilebilir?**

A) 1100 B) 1400 C) 2200 D) 3000 E) 3300

11. 4 kız, 5 erkek öğrenci arasından 3 kişilik ekip oluşturulacaktır.

En çok 2 erkek öğrenci bulunması koşulu ile bu ekip en çok kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

A) 30 B) 40 C) 42 D) 74 E) 84

12. Düzlemde 12 noktadan 7 si doğrusaldır. Diğer noktaların herhangi üçü doğrusal olmadığına göre **köşeleri bu noktalar olan en çok kaç üçgen çizilebilir?**

A) 110 B) 124 C) 144 D) 164 E) 185

13. Herhangi üçü doğrusal olmayan 8 noktayı köşe kabul eden en çok kaç farklı çokgen oluşturulabilir?

A) 127 B) 136 C) 183 D) 201 E) 219

14. $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^7$ açılımında baştan

5. terim aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-560x^2$ B) $-48x^2$ C) $48x^2$ D) $280x^2$ E) $560x^2$

15. $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^7$ ifadesinin açılımında

x^9 lu terimin katsayısı kaçtır?

A) –280 B) –140 C) 140 D) 240 E) 280

16. $\left(x - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^8$

ifadesinin açılımındaki sabit terim kaçtır?

A) – 56 B) – 28 C) 28 D) 48 E) 56

KONU TESTİ - 6

1. A = {0, 3, 4, 5, 6}

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı, 540 tan küçük, üç basamaklı en çok kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 36 B) 30 C) 24 D) 20 E) 12

2. 0, 1, 3, 5, 7

rakamları kullanılarak yazılabilen tamsayılardan kaç tanesi (300, 570] aralığındadır?

A) 42 B) 45 C) 46 D) 48 E) 50

3. Rakamlarının çarpımı 7 ile tam bölünebilen en çok kaç tane iki basamaklı doğal sayı vardır?

A) 18 B) 19 C) 24 D) 26 E) 27

4. 3 erkek, 4 kız öğrenci bir sıraya yan yana oturacaklardır.

Herhangi iki erkek öğrenci yanyana gelmemek koşulu ile kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 2880 B) 1440 C) 960 D) 288 E) 144

5. A = {1, 2, 3, 4, 5}

kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı dört basamaklı ve 4 ile tam bölünebilen kaç farklı doğal sayı yazılabilir?

A) 25 B) 24 C) 20 D) 16 E) 15

6. İçerisinde 7 rakamı bulunan üç basamaklı en çok kaç farklı doğal sayı vardır?

A) 240 B) 252 C) 278 D) 316 E) 428

7. Telefon edeceği yerin numarasını unutan bir kişi yedi basamaklı numarada 2 tane 5, 3 tane 2 ve 2 tane 3 olduğunu anımsıyor.

Bu kişi en çok kaç numara çevirirse aradığı yer ile kesinlikle konuşmuş olur?

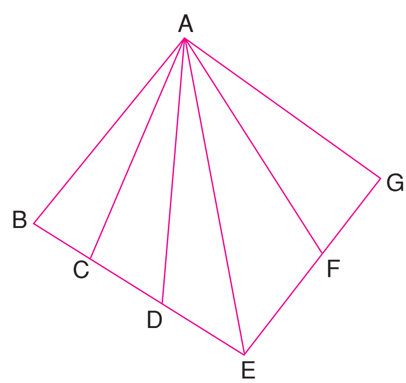
A) 72 B) 144 C) 200 D) 210 E) 240

8. A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} ve B = {a, b, c, d, e}

kümelerinin elemanları kullanılarak üç farklı harf yanyana ve iki farklı rakam yanyana olacak şekilde 5 haneli kaç farklı şifre oluşturulabilir?

A) 6.5! B) 5.5! C) 3.6! D) 5.6! E) 7!

9.



ABEG düzleminde B, C, D, E noktaları ile E, F, G noktaları doğrusaldır.

Buna göre bir köşesi A noktası olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

A) 6 B) 7 C) 9 D) 10 E) 15

10. 12 soruluk bir sınavda, ilk üç sorudan en az ikisini, son üç sorudan herhangi ikisini yanıtlamak koşulu ile 6 soru en çok kaç değişik biçimde yanıtlanabilir?

A) 120 B) 135 C) 144 D) 153 E) 160

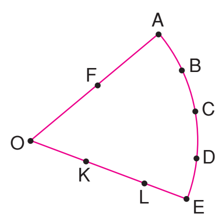
11. Kız ve erkeklerden oluşan 11 kişilik bir gruptan içinde en az bir kızın bulunduğu 3 kişilik bir grup 155 farklı şekilde oluşturulabiliyor.
Buna göre grupta kaç kız vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12. **3 tanesi aynı saatte başlayan 7 dersten 3 ders seçmek isteyen bir öğrenci kaç farklı seçim yapabilir?**

A) 4 B) 12 C) 18 D) 22 E) 24

13. **Şekilde O, F, A ve O, K, L, E noktaları doğrusal olmak üzere bu dokuz noktadan bir köşesi F noktası olan en çok kaç farklı üçgen çizilebilir?**

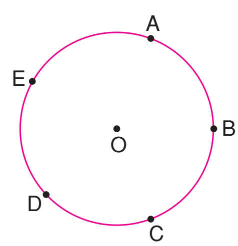


A) 6 B) 10 C) 12 D) 16 E) 27

14. Aynı düzlemde bulunan 9 doğrudan 4 tanesi birbirine paralel ve başka 4 tanesi de bir A noktasında kesişmektedir.
Bu 9 doğru A ile birlikte en çok kaç noktada kesişir?

A) 25 B) 24 C) 16 D) 12 E) 8

15. Şekilde O merkezli çember üzerinde 5 nokta verilmiştir.
Bir köşesi O noktası olan en çok kaç farklı üçgen çizilebilir?



A) 10 B) 15 C) 20 D) 25 E) 35

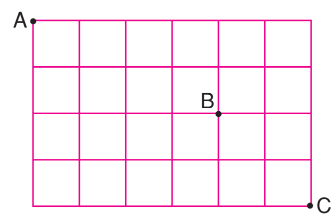
16. **3 mektup 5 farklı eve ait posta kutularına, her kutuya en çok 1 tane atmak koşuluyla kaç farklı şekilde atılabilir?**

A) 20 B) 40 C) 50 D) 60 E) 120

17. **11234 sayısının rakamlarını kullanarak en çok kaç farklı dört basamaklı sayı yazılabilir?**

A) 45 B) 50 C) 55 D) 60 E) 72

18.



A noktasından B noktasına uğramak koşuluyla C noktasına (en kısa) kaç farklı yoldan gidilebilir?

A) 24 B) 36 C) 52 D) 60 E) 90

19. **7768557 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek elde edilen yedi basamaklı sayılardan en çok kaç tanesi tek sayıdır?**

A) 360 B) 300 C) 270 D) 240 E) 180

20. **2211132 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek yedi basamaklı, 2 ile başlayıp 3 ile biten en çok kaç farklı sayı yazılabilir?**

A) 24 B) 18 C) 12 D) 10 E) 8

KONU TESTİ - 7 (ÇIKMIŞ SORULAR)

1. $\dfrac{6!+7!}{(4!)^2}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 18 E) 20

2017 - LYS

2. $\dfrac{8!-7!-6!}{8!}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\dfrac{4}{5}$ B) $\dfrac{5}{6}$ C) $\dfrac{6}{7}$ D) $\dfrac{7}{8}$ E) $\dfrac{8}{9}$

2016 - YGS

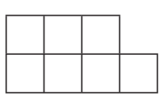
3. 5 farklı bilyenin tamamı, yaşları farklı 3 kardeş arasında paylaştırılacaktır.

Bu kardeşlerden en büyüğü 1, diğer ikisi ise en az birer bilye alacak biçimde bu paylaşım kaç farklı şekilde yapılabilir?

A) 45 B) 50 C) 60 D) 70 E) 75

2013 - YGS

4. Şekilde iki satır ve 7 hücreden oluşan bir tablo veriliyor.



Bu tablonun 4 hücresi siyaha boyanarak desenler oluşturuluyor.

Her satırda en az bir tane boyalı hücre olacak biçimde kaç farklı desen vardır?

A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

2016 - LYS

5. $\dfrac{(n+1)!+(n-1)!}{n^3-1}=24$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

2016 - LYS

6. $(n+2)!-(n+1)!-n!=2^3\,.\,3\,.\,5^2\,.\,7$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2013 - LYS

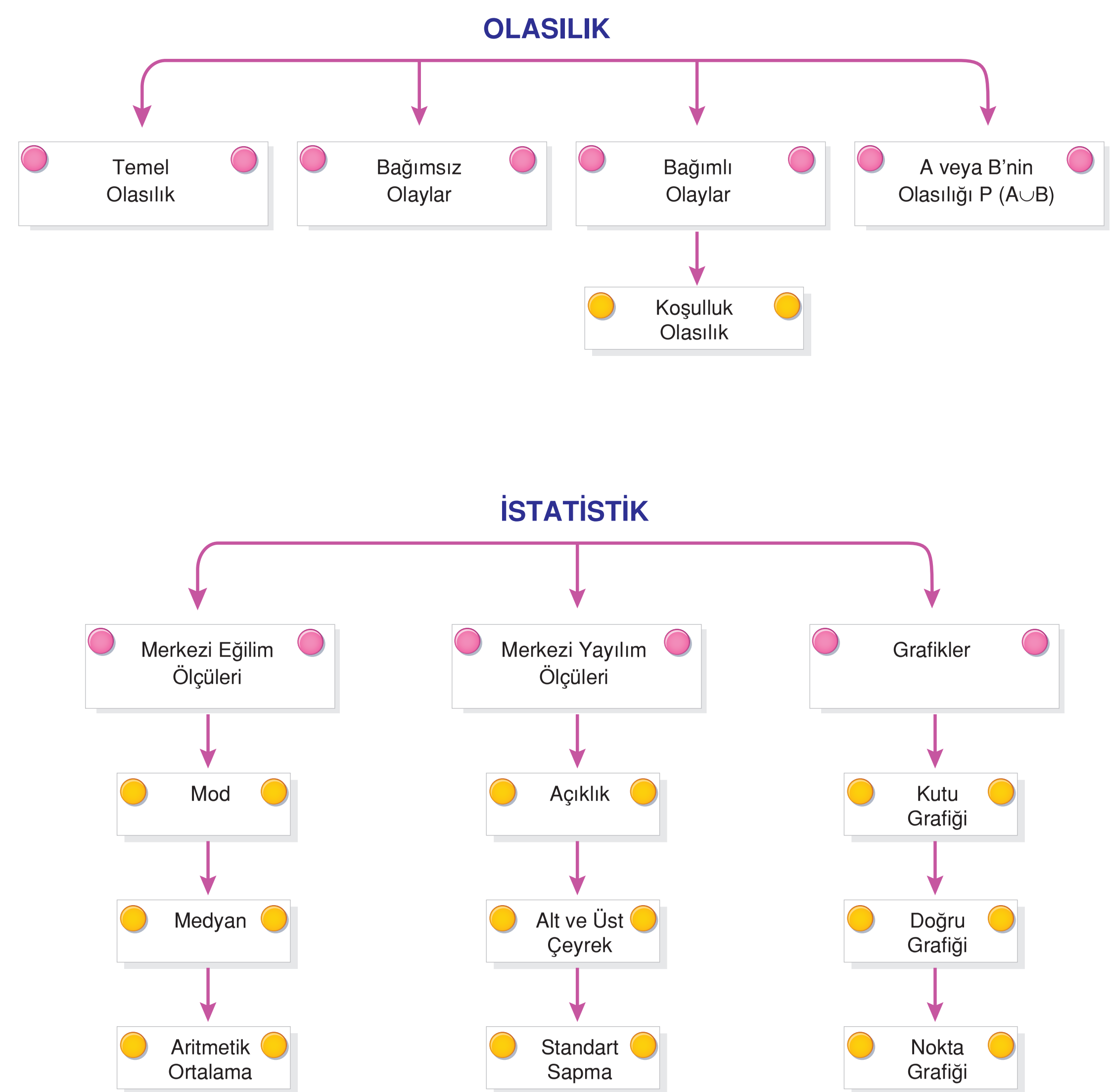
7. Bir çiçekçide 5 farklı renkten çok sayıda gül ve 2 çeşit vazo vardır. Bir müşteri, 2 farklı renkten toplam 3 gül ve 1 vazo satın almak istiyor.

Bu müşteri alışverişini kaç farklı şekilde yapabilir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 40 E) 50

2012 - LYS

AKILLI HARİTAM



MATEMATİK

OLASILIK

Meydana gelmesi şansa bağlı olayların yani tesadüfi olayların meydana gelebilme şansını belirleyen sayıya o olayın olasılığı denir. Bu sayıyı belirlemek için deney yapmak gerekir.

Deney: Bir hipotezi kanıtlamak için yapılan ve gözlemlerimizi oluşturan herhangi bir işlemdir. Zar atmak, para atmak, içinde farklı renkte bilyelerin bulunduğu bir torbadan bilyeler çekmek deneydir.

- **Örnek Uzay:** Bir deneyde elde edilebilecek tüm sonuçların oluşturduğu kümeye **örnek uzay** denir. Örnek uzay E ile gösterilir.

- **Olay:** Örnek uzayın her alt kümesine **olay** denir.

  $A, B, C, ... \subset E$ şeklinde gösterilir.

Örnek

İki madeni para atıldığında örnek uzay:

$E = \{(YY), (YT), (TY), (TT)\}$ dir.

Paralardan en az birinin tura gelmesi bir olaydır. Bu olaya A dersek

$A = \{(YT), (TY), (TT)\}$ olur.

OLASILIK FONKSİYONU

Örnek uzayın alt kümelerinden [0, 1] aralığına tanımlanan bir P fonksiyonu aşağıdaki koşulları gerçekliyorsa **P fonksiyonuna olasılık fonksiyonu** denir.

TEMEL OLASILIK

P(A): A olayının meydana gelme olasılığı ise

$$P(A) = \frac{S(A)}{S(E)} = \frac{\text{İstenen olayın eleman sayısı}}{\text{Örnek uzayın eleman sayısı}}$$

1. $0 \leq P(A) \leq 1$ dir.

2. P(A) : A olayının meydana gelme olasılığı

$P(A')$: A olayının meydana gelmeme olasılığı olmak üzere $P(A) + P(A') = P(E) = 1$ dir.

3. Bir deneyde A, B, C gibi üç ayrık (üçünden yalnızca biri mutlaka meydana geliyorsa) sonuç (olay) varsa

$P(A) + P(B) + P(C) = 1$ dir.

Örnek

Bir torbada 2 kırmızı, 3 sarı, 4 beyaz bilye vardır.

Bu torbadan rastgele çekilen iki bilyenin de beyaz olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Temel olasılık problemi.

Torbada toplam 2 + 3 + 4 = 9 bilye olduğundan örnek uzayın eleman sayısı:

$s(E) = \binom{9}{2} = \frac{8.9}{2} = 36$ dır.

Bilyelerin her ikisinin de beyaz olması istendiğinden bu olaya A dersek;

$s(A) = \binom{4}{2} = \frac{3.4}{2} = 6$ olur.

$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ bulunur.

Bilgi Kutusu

Bir madeni paranın 2 yüzü olduğundan n tane paranın bir kez atılması ya da bir paranın n kez atılması olayında örnek uzayın eleman sayısı $s(E) = 2^n$ dir.

Bilgi Kutusu

Bir zarın 6 yüzü olduğundan n tane zarın bir kez atılması ya da 1 zarın peşpeşe n kez atılması olayında örnek uzayın eleman sayısı $s(E) = 6^n$ dir.

Örnek

3 madeni para aynı anda atılıyor. 2 sinin yazı, 1 inin tura gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm

3 madeni para atma deneyinin örnek uzayının eleman sayısı $s(E) = 2^3 = 8$ dir.

İstenen olay (Y, Y, T) dir.

Bu olaydan $s(A) = \frac{3!}{2!} = 3$ tane vardır. O halde

$P(A) = \frac{3}{8}$ dir.

Bağımsız Olaylar

A ve B aynı anda veya peşpeşe meydana gelen iki olay olmak üzere bu olaylardan birinin meydana gelmesi, diğer olayın meydana gelme olasılığını etkilemiyorsa bu olaylara **bağımsız olaylar** denir.

A ile B bağımsız olaylar olmak üzere A ve B olaylarının birlikte gerçekleşmesi olasılığı $P(A \cap B)$ şeklinde gösterilir ve $\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \, . \, P(B)}$ şeklinde hesaplanır.

Örnek

Bir çift zar arka arkaya iki kez atılıyor.

Birinci atışta zarların üst yüzünde gelen sayıların toplamının 6 veya 8 olması, ikinci atışta ise zarların üst yüzünde gelen sayılar toplamının 4 olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Peşpeşe iki olayın meydana gelmesi isteniyor. Bu olaylardan birinin meydana gelmesi diğerini etkilemez. Bağımsız olaylarda ve problemidir.

A: (1,5) (2,4) (3,3) (4,2) (5,1) veya (2,6) (3,5) (4,4) (5,3) (6,2) s(A) = 10

B: (1,3) (2,2) (3,1) s(B) = 3

$P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{10}{36}.\frac{3}{36} = \frac{5}{216}$ dır.

Bağımlı Olaylar:

A ve B aynı örnek uzayda peşpeşe meydana gelen iki olay olsun.

1. olay : A

2. olay : B olsun. A nın meydana gelmesi B nin meydana gelme olasılığını değiştiriyorsa A ile B ye bağımlı olaylar denir. Bağımlı olaylarda iki tür olasılık problemi vardır.

1. Koşullu Olasılık

A ve B aynı örnek uzayın iki olayı olmak üzere A olayı meydana geldikten sonra bir alt kümesi olarak B olayının gerçekleşmesi olasılığına **B olayının A olayına bağlı koşullu olasılığı** denir. P(B\A) şeklinde gösterilir.

$P(B \backslash A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{s(A \cap B)}{s(A)}$ şeklinde hesaplanır.

Örnek

Bir zar iki defa atıldığında zarlardan birinin 5 geldiği biliniyor.

Buna göre üst yüze gelen sayılar toplamının 6 olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Koşullu olasılık problemi

A: Zarlardan birinin 5 gelmesi (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (1,5) (2,5) (3,5) (4,5) (6,5) olduğundan s(A) = 11 dir.

B: Gelen sayılar toplamı 6 olması (1,5) (5,1) dir.

$s(A \cap B) = s(B) = 2$

$P(B \backslash A) = \frac{2}{11}$ olur.

2. A ve B nin olasılığı:

(Bağımlı olaylarda ve problemi)

$P(A \cap B) = P(A).P(B \backslash A)$ dır.

Örnek

6 futbol, 3 basketbol ve 2 voleybol oyuncusu arasından seçilen 2 kişinin aynı sporu yapan oyuncular olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Bağımlı olaylarda ve problemi olarak çözelim. (Temel olasılık problemi olarakda çözülebilir.)

Örnek uzay: Sporcular

s(E) = 11 . İstenen olay (F, F) veya (B, B) veya (V, V) dir.

$P(F \cap F) = \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10}$, $P(B \cap B) = \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10}$,

$P(V \cap V) = \frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10}$

$P(\text{Aynı sporcu}) = \frac{30+6+2}{110} = \frac{38}{110} = \frac{19}{55}$ bulunur.

VEYA PROBLEMLERİ

A ile B olaylarının farklı durumlarına göre üç tür veya problemi vardır.

Genel kural $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ dir.

I. A ile B ayrık olaylarsa:

Yani birlikte meydana gelemiyorlarsa;

$(A \cap B = \varnothing)$ A veya B nin meydana gelme olasılığı:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

Örnek

Bir torbada 5 sarı, 2 kırmızı, 3 beyaz bilye vardır. Bu torbadan bir bilye çekiliyor.

Gelen bilyenin sarı veya kırmızı olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Gelen bilye hem sarı hem kırmızı olamaz. Yani

$P(S \cap K) = 0$ dır.

$P(S \cup K) = P(S) + P(K)$

$= \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$

II. A ile B birlikte meydana gelebiliyor

$(A \cap B \neq \varnothing)$ ancak bağımsız olaylarsa;

A veya B nin olasılığı $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$ dir.

Örnek

İki arkadaştan biri bir zar atarken diğeri içinde 3 sarı 5 kırmızı bilye bulunan bir torbadan 1 bilye çekiyor.

Zarın 5 veya bilyenin kırmızı gelme olasılığı kaçtır?

Çözüm

Bağımsız olaylarda veya problemi 2 olay aynı anda meydana gelebilir.

$P(5 \cup K) = P(5) + P(K) - P(5 \cap K)$

$= \frac{1}{6} + \frac{5}{8} - \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{8}$

$= \frac{8+30-5}{48} = \frac{33}{48} = \frac{11}{16}$ bulunur.

MATEMATİK

III. A ile B birlikte meydana gelebiliyor ve bağımlı ise

$P(A \cap B)$ temel olasılık ile bulunur.

Örnek

Bir sınıfta 30 erkek, 18 kız öğrenci vardır. Bu sınıfta 8 erkek, 4 kız öğrenci gözlüklüdür.

Sınıftan seçilen bir öğrencinin erkek veya gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

Çözüm

Bağımlı olaylarda veya problemi

	Erkek	Kız	
Gözlüklü	8	4	→ 12
Gözlüksüz	22	14	→ 36
	↓ 30	↓ 18	

s(E) = 48

$$P(\underset{\text{Erkek}}{E} \cup \underset{\text{Gözlüklü}}{G}) = P(E) + P(G) - P(E \cap G)$$

$$= \frac{30}{48} + \frac{12}{48} - \frac{8}{48}$$

$$= \frac{34}{48} = \frac{17}{24} \text{ bulunur.}$$

Etkinlik 4

I. Aşağıdaki ifadelerin doğru ya da yanlış olduklarını karşılarındaki kutulara işaretleyiniz.

		D	Y
1.	Herhangi üçü doğrusal olmayan 7 noktanın birleştirilmesiyle elde edilen üçgenlerden, üçgenler çekme deneyinin örnek uzayı 42 elemanlıdır.		
2.	2 kız, 3 erkek öğrenci bir sıraya yanyana rastgele oturuyor. 2 kız öğrencinin yanyana oturma olasılığı $\frac{2}{5}$'dir.		
3.	Bir torbada 1 kırmızı, 2 sarı ve 3 beyaz bilye vardır. Bu torbadan art arda 5 bilye çekiliyor. Torbada kırmızı bilye kalma olasılığı $\frac{5}{6}$'dır.		
4.	{1, 2, 3, 4, 5} kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinden rastgele bir tanesi çekiliyor. Gelen kümede 4 olma olasılığı $\frac{3}{5}$'dir.		
5.	Ahmet'in penaltıyı gol yapma olasığı % 80, Mehmet'in penaltıyı gol yapma olasılığı % 90'dır. İkisi birer penaltı atışı yapıyorlar. Sadece birinin gol yapma olasılığı $\frac{17}{50}$'dir.		
6.	Ahmet bir zar atarken, Mehmet rakamları farklı üç basamaklı sayılar yazıyor. Ahmet'in 4'den büyük ve Mehmet'in 200'den küçük sayı yazma olasılığı $\frac{1}{27}$'dir.		

İSTATİSTİK

Veri:

Bir araştırmada elde edilen sayısal veya sayısal olmayan sonuçlara **veri** denir. Örnek olarak bir sınıftaki öğrencilerin Matematik notlarının herbiri veridir.

İstatistik:

Bir araştırmada elde edilen verilerin incelenmesi ve incelemenin sonuçlarını çeşitli tekniklerle açıklayan bilim dalına denir. Genelde bu açıklamalar grafiklerle yapılır.

İstatistiksel çalışma sonucunda elde edilen sonuçların nokta, doğru, daire vs. gösterilmesine **grafik** denir.

MERKEZİ EĞİLİM ÖLÇÜLERİ

Bir veri grubunun dağılımında veriler etrafında yığılma eğilimi gösteren ve veri grubunu temsil eden değerlerdir.

1. Aritmetik ortalama:

Bir veri grubunu temsil etme kabiliyeti en yüksek olan değerdir.

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ (n tane) verinin aritmetik ortalaması Ar.Or $= \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$ dir.

Bir sınıftaki öğrencilerin notlarının aritmetik ortalaması:

1. Grubun başarı düzeyi hakkında bilgi verir.
2. Sınavın zorluğu veya kolaylığı hakkında bilgi verir.
3. Mod ve medyana göre daha belirleyicidir.

Örnek

Bir futbol liginde 10 takım vardır. Bu takımların maç başına gol ortalamaları

0,9; 1,2; 2,5; 1,8; 1; 2,2; 1,5; 0,6; 2 ve 1,6'dır.

Buna göre bu ligin gol ortalaması kaçtır?

Çözüm

Bütün değerleri aritmetik ort =

0,9 + 1,2 + 2,5 + 1,8 + 1 + 2,2 + 1,5 + 0,6 + 2 + 1,6

= 15,3 ve 15,3 ÷ 10 = 1,53 bulunur.

Bu lig gol zenginliği açısından vasat bir ligdir.

Örnek

Bir gruptaki kızların yaş ortalaması 16,2, erkeklerin yaş ortalaması 17,8 ve tüm grubun yaş ortalaması ise 17'dir.

Bu gruptan 5 kız ayrılıp, 3 erkek katılırsa erkeklerin sayısı ile kızların sayısı arasındaki fark kaç olur?

Çözüm

Grupta e tane erkek ve k tane kız olsun.

I. Kızların yaş ort. $= \dfrac{\text{kızların yaş toplamı}}{k}$

$= 16,2$

II. Erkeklerin yaş ort. $= \dfrac{\text{erkeklerin yaş toplamı}}{e}$

$= 17,8$

III. Grubun yaş ort. $= \dfrac{(k.y.t) + (e.y.t)}{e + k} = 17$

I. eşitlikten : (k.y.t) = 16,2.k

II. eşitlikten : (e.y.t) = 17,8.e

III. eşitlikte yerlerine koyarsak

16,2.k + 17,8.e = 17e + 17k ⇒ 0,8.e = 0,8.k

e = k bulunur.

5 kız ayrılırsa : k – 5 kız kalır.

3 erkek katılırsa : e + 3 erkek olur.

e + 3 – (k – 5) = e + 3 – k + 5 = 8 bulunur.

UYARI

Bir sayı grubundaki her sayıya aynı sayı eklenirse bu sayı grubunun aritmetik ortalaması da eklenen sayı kadar artar.

Örnek

a tane sayının aritmetik ortalaması 3x + 5'dir. Bu sayıların herbirine 3 eklendiğinde aritmetik ortalama 2x + 12 oluyor.

Buna göre ilk durumda a sayının aritmetik ortalaması kaçtır?

Çözüm

a sayının herbirine 3 eklenirse aritmetik ortalama

Ar. ort. = 3x + 5 + 3 = 3x + 8 olur.

3x + 8 = 2x + 12 ⇒ x = 4 bulunur.

O halde Art. ort. = 3.4 + 5 = 17 bulunur.

2. MOD: (Tepe değer)

Bir veri dizisinde en çok tekrar eden sayıya o dizinin Mod'u denir.

Aritmetik ortalama ve Medyan hesaplama olanağı olmadığı durumlarda kullanılır. Veri grubunu temsil etme açısından en az bilgiyi verir.

UYARI

Bir dizide birden fazla Mod olabilir. Bir dizide bütün terimler aynı sayıda tekrar ederse o dizinin modu yoktur.

Örnek

2, 2, 3, 3, 3, 5, 5, 8, 10 sayı dizisinin modu 3 dür.

2,2, 3,3, 5,5, 8,8, 10,10 sayı dizisinin modu yoktur.

2,2,2, 3,3,3, 5,8,8,10 sayı dizisinin modu 2 ve 3 dür.

3. MEDYAN:

Veriler küçükten büyüğe doğru veya büyükten küçüğe doğru sıralandığında oluşan veri grubunun ortasındaki sayıya **medyan** denir.

Çift sayıda veri varsa ortadaki iki terimin aritmetik ortalamasına eşittir.

Veri sayısının çok olması nedeniyle aritmetik ortalama hesaplamak uzun sürüyorsa veya en büyük ve en küçük değerler aritmetik ortalamayı büyük ölçüde etkiliyorsa medyan kullanmak uygun bir yoldur. Veri grubu hakkında moda göre daha iyi bilgi verir.

Örnek

2, 2, 3, 4, 5, 5, 5 sayı dizisinin medyanı kaçtır?

Çözüm

Veriler küçükten büyüğe doğru sıralandığından ve yedi veri olduğundan

$\underbrace{2, 2, 3}, \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Medyan}}}{4}, \underbrace{5, 5, 5}$

Örnek

1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 6

sayı dizisini medyanı kaçtır?

Çözüm

Çift sayıda terim olduğundan

1, 2, 2, 2, $\boxed{3, 4}$, 4, 5, 5, 6

$$\downarrow$$

$$\frac{3+4}{2} = 3,5$$

Medyan 3,5 dur.

Örnek

Tuğba'nın bir yıl boyunca matematik sınavından aldığı notlar 75, 55, 50, 60, 40, 50'dir.

Buna göre notların Mod, Medyan ve Aritmetik ortalamasını bulunuz ve yorumlayınız.

Çözüm

Notları sıralayalım.

40, 50, 50, 55, 60, 75'dir.

$$\text{Mod} = 50, \quad \text{Medyan} = \frac{50+55}{2} = 52,5$$

$$\text{Aritmetik Ort} = \frac{40+50+50+55+60+75}{6} = 55 \text{ bulunur.}$$

Buna göre aritmetik ortalama 55 olduğundan öğrenci vasat bir öğrencidir. Medyan da öğrencinin başarı durumunu temsil ediyor. Mod ise bu değerlere uzak olduğundan öğrenci durumunu gerçeğe yakın temsil etmiyor.

UYARI

Mod ve medyan veri grubunun en küçük ve en büyük değerlerinden etkilenmez. Ancak aritmetik ortalama etkilenir.

MERKEZİ YAYILIM ÖLÇÜLERİ

Bir veri grubunun belli bir özelliğini yeterince tanıyabilmek ve farklı veri grupları arasında çok yönlü karşılaştırmalar yapabilmek için merkezi eğilim ölçülerinin yeterli olmadığı durumlarda "merkezi yayılım ölçüleri" kullanılır. Örneğin bir sınıftaki öğrencilerin notları 20 - 40 arasında, diğer bir sınıfın notları 15 - 75 arası ise ve aritmetik ortalamaları 35 ise sınıf düzeyleri hakkında nasıl karar verilecektir. Bir merkezi eğilim ölçüsünün, bir veri grubunu ne derece temsil ettiğine karar vermek ve herhangi bir verinin grup ortalamasının ne kadar altında veya ne kadar üstünde olduğunu (yani verilerin grup içindeki yerini) göstermek için "merkezi yayılım ölçüleri" kullanılır.

1. Açıklık:

Veri grubunu temsil etme yeteneği en düşük olandır. Bir veri grubunda en büyük değer ile en küçük değer arasındaki, farka **açıklık** denir.

Örnek

2, 2, 3, 5, 6, 6, 7 sayı dizisinin açıklığı 7 – 2 = 5'dir. Oysaki aritmetik ort $\cong 4,43$'dür. Yani bu veriler bir öğrencinin notları ise açıklığa göre öğrenci sınıfı geçer oysa Art. Ort = 4.43 olduğundan öğrenci sınıfta kalmıştır.